Module 3205: Transmissions hyperfréquences et optique

2016-2017

Plan

Transmission hyper-fréquence: Transmission d'ondes électromagnétiques sur un support guidant ($\neq$ support aérien).

Exemples:

- Câble coaxial.
- Guide d'onde (dans les fours à micro-ondes, antennes relais, appareils de radiographie).
- Fibre optique.

Champ et Force électrique

- **Champ électrique:** Champ responsable de la force électrique. On le note $\vec{E}$.
- **Force électrique:** Force exercée sur une particule de charge q plongée dans un champ $\vec{E}$ (la charge est pour la force électrique ce que la masse est pour la force gravitationnelle). Elle vaut $\vec{F} = q\vec{E}$.

Champ et Force magnétique

- **Champ magnétique:** Champ responsable de la force magnétique. On le note $\vec{B}$.
- **Force magnétique:** Force $\vec{F}$ exercée sur une particule de charge q en mouvement, de vitesse $\vec{v}$ plongée dans un champ $\vec{B}$.
  Elle est perpendiculaire à la fois à $\vec{v}$ et $\vec{B}$.
  Son sens est tel que $\vec{v}, \vec{B}, \vec{F}$ soient orientés dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
  On a $\|\vec{F}\| = \|\vec{v}\| \times \|\vec{B}\| \times \left|\sin((\vec{v}, \vec{B}))\right|$, où $(\vec{v}, \vec{B})$ est l'angle entre $\vec{v}$ et $\vec{B}$.

Création d'un champ électrique

- **Par une charge ponctuelle:** Q charge ponctuelle. A une distance $r > 0$ de Q, le module du champ électrique vaut $E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, où ϵ_0 est la permitivité électrique du vide.
  Le sens du champ électrique s'éloigne de Q si $Q > 0$ et s'en rapproche si $Q < 0$. Si q est soumis à $\vec{E}$, q et Q se rapprochent s'ils ont des signes opposés et s'en éloigne dans le cas contraire.
- **Par un champ magnétique variable:** Création d'un champ électrique circulaire autour du champ magnétique.
  Valeur du champ magnétique: $B > 0$ lorsque $\vec{B}$ se dirige vers l'observateur et $B < 0$ dans le cas contraire.
  Valeur du champ électrique: $E > 0$ lorsque $\vec{E}$ tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (vis-à-vis de l'observateur).
  On a: $E = -\frac{r}{2}\frac{\partial B}{\partial t}$.

Création d'un champ magnétique

- **Par un courant électrique:** Création d'un champ magnétique circulaire autour du conducteur linéique. Sa valeur est $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide et I est l'intensité du courant. (Intensité: nombres de charge par seconde, n'est pas la vitesse du courant).
- **Par un champ électrique variable:** Création d'un champ magnétique circulaire autour du champ électrique.
  On a $B = \dfrac{\mu_0 \epsilon_0 r}{2} \dfrac{\partial E}{\partial t} = \dfrac{r}{2c^2} \dfrac{\partial E}{\partial t}$, où c est la vitesse de la lumière.
  Remarque: $\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$ est la formule qui a permis de montrer la relativité restreinte.

Grandeurs électriques

- **Intensité dans un conducteur:** Débit de charges, nombre de charges par seconde. Surtout pas la vitesse du courant.
- **Tension ou différence de potentiel entre deux points:** Lié au champ électrique (donc à la force). $U = V_1 - V_2 = \delta z \times E$, où E est le champ électrique (considéré comme constant) et δz la distance entre les points (si on suppose que E a la même valeur entre les deux points).

Résistance

- **Composant:** Conducteur linéique entre deux points. Pas ou peu d'influence du champ magnétique même en cas de courant variable.
- **Influence d'une tension entre deux points:** Plus la tension entre deux points est élevée et plus la force électrique est grande. Il s'ensuit une augmentation proportionnelle de l'intensité.
- **Formule:** $U = RI$, R est la résistance. $I = GU$, $G = \frac{1}{R}$ est la conductance.
  La résistance d'un conducteur est proportionnelle à sa longueur et inversement proportionnelle à sa section.

Inductance

- **Composant:** Conducteur enroulé en bobine.
- **Influence d'un courant traversant la bobine:** Un courant crée un champ magnétique au coeur de la bobine. Si le courant est variable, alors le champ magnétique est variable, il y a création d'une tension positive aux bornes de la bobine.
- **Formule:** $U = L\frac{dI}{dt}$, où L est la valeur de l'inductance.
  L'inductance d'une bobine est proportionnelle à sa longueur.

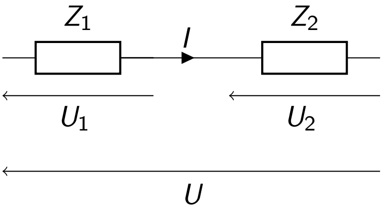
Capacité

- **Composant:** Condensateur: deux conducteurs séparés entre eux par un isolant ou électrolyte.
- **Influence d'une tension aux bornes:** Création d'une force électrique. Chargement des deux conducteurs par influence. L'intensité est non nulle (à l'équilibre) seulement si la tension est variable.
- **Formule:** $I = C\frac{dU}{dt}$, où C est la valeur de la capacité. La capacité d'un condensateur est proportionnelle à la surface de l'isolant.

Impédance (complexe)

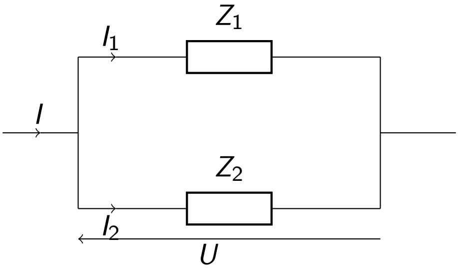
- **Problèmatique:** La tension est proportionnelle à l'intensité uniquement dans le cas des résistances. Sinon, la dérivée de l'intensité ou de la tension interviennent.
- **Solution:** Heureusement, il existe la transformée de Fourier. Transformée de Fourier de la dérivée $\hat{\frac{dS}{dt}}(f) = 2j\pi f \hat{S}(f) = j\omega\hat{S}(f)$ où $\omega = 2\pi f$ est la pulsation.
- **Relations entre intensité et tension:** $\hat{U} = R\hat{I}$, $\hat{U} = jL\omega\hat{I}$ et $\hat{I} = jC\omega\hat{U}$.
  Pour simplifier les notations, on utilise l'abus de notation $U = RI$, $U = jL\omega I$ et $I = jC\omega U$.
- **Impédance:** Le coefficient de proportionnalité entre les tr. de Fourier de U et I s'appelle l'impédance. Elle se mesure en Ohms Ω, on la note Z. On notera alors $U = ZI$.

Impédances en série



- $U = U_1 + U_2$.
- $U_1 = Z_1 I$ et $U_2 = Z_2 I$.
- $U = (Z_1 + Z_2)I$ donc $Z = Z_1 + Z_2$.

Impédances en parallèle



- $I = I_1 + I_2$.
- $I_1 = \frac{U}{Z_1}$ et $I_2 = \frac{U}{Z_2}$.
- $I = \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right) U$ donc $\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$.

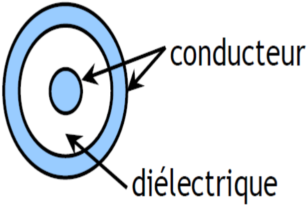
Onde électromagnétique dans le vide

- **Vide:** Pas de charge ni de courant électrique. Un champ électrique ne peut être créé uniquement que par un champ magnétique variable. Un champ magnétique ne peut être créé uniquement que par un champ électrique variable.
- **Onde électromagnétique:** Couple $(\vec{E}, \vec{B})$ où $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont variables dans le temps (en un point de l'espace donné).

Onde électromagnétique dans le vide (suite)

- **Etat propre d'une onde électromagnétique:** Onde circulaire polarisée: en un point donné, les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont orthogonaux et tourne (en fonction du temps) suivant un cercle.
  Le sens de parcours du cercle détermine la polarisation de l'onde.
- **Onde électromagnétique:** Superposition d'états propres.

Structure d'un câble coaxial



Onde électromagnétique dans un câble coaxial

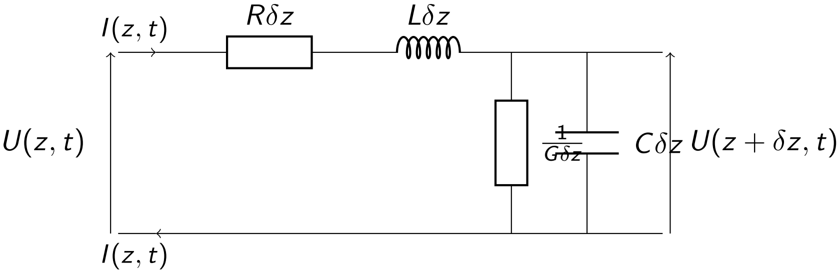
- **Présence de courant et d'une tension entre les deux conducteurs:** Contribution aux champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$.
- **Tension entre les deux conducteurs:** Composante $\vec{E}$ du champ électromagnétique.
- **Intensité traversant les conducteurs:** Composante $\vec{B}$ du champ électromagnétique.

Caractéristiques techniques

- **Longueur:** Trivial.
- **Résistance linéique:** Notée R, exprimée en $\Omega.m^{-1}$. Mesure les pertes par effet Joule.
- **Inductance linéique:** Notée L, exprimée en $\Omega.s.m^{-1}$. Mesure les performances électromagnétiques.
- **Conductance transversable par unité de longueur:** Notée G, exprimée en $\Omega^{-1}.m^{-1}$. Mesure la qualité d'isolation du diélectrique. Dépend de l'épaisseur du diélectrique.
- **Capacité transversable par unité de longueur:** Notée C, exprimée en $\Omega^{-1}.s.m^{-1}$. Mesure la qualité diélectrique du diélectrique.

Modélisation physique

Un (très) petit morceau de câble coaxial de longueur δz peut être modélisé par le circuit suivant:



Modélisation physique (suite)

On notera $U(z,\omega)$ et $I(z,\omega)$ les transformées de Fourier de $U(z,t)$ et $I(z,t)$ (par abus de notation). Les tranformées de Fourier satisfont le système d'équations différentielles:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -(R + jL\omega)I$$
$$\frac{\partial I}{\partial z} = -(G + jC\omega)U$$

donc:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \gamma^2 U = 0$$
$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} - \gamma^2 I = 0$$

avec $\gamma^2 = (R + jL\omega) \times (G + jC\omega) = (RG - LC\omega^2) + j(GL + RC)\omega$.

Solution générale et conditions limites

- **Solution générale:**

$$U(z,\omega) = U_0^+(\omega)e^{-\gamma z} + U_0^-(\omega)e^{\gamma z}$$
$$I(z,\omega) = I_0^+(\omega)e^{-\gamma z} + I_0^-(\omega)e^{\gamma z}$$

où γ tel que $\theta \stackrel{\mathrm{def}}{=} \arg(\gamma) \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

- **Conditions limites:** On a alors $e^{\gamma z} = e^{(\cos(\theta)+j\sin(\theta))z}$ qui tend vers l'infini quand z tend vers l'infini: c'est physiquement impossible. On pause alors $U_0^-(\omega) = I_0^-(\omega) = 0$. On a:

$$U(z,\omega) = U_0^+(\omega)e^{-\gamma z}$$
$$I(z,\omega) = I_0^+(\omega)e^{-\gamma z}$$

Impédance caractéristique

- On a:

$$\frac{U(z,\omega)}{I(z,\omega)} = \frac{U_0^+(\omega)}{I_0^+(\omega)},$$

qui ne dépend plus de z. Cette quantité est appelée impédance caractéristique et on la notera Z_0.

- De $U(z,\omega) = U_0^+(\omega)e^{-\gamma z}$, on montre facilement $\frac{\partial U}{\partial z} = -\gamma U$.

Comme on a également $\frac{\partial U}{\partial z} = -(R + jL\omega)I$, on en déduit:

$$Z_0 = \frac{R + jL\omega}{\gamma}$$

Câble coaxial sans perte

Bonne nouvelle: Nous étudierons plus en détail seulement les câbles coaxiaux sans perte.

- $R = 0$**:** Pas de perte par effet Joule. Les conducteurs sont parfaits.
- $G = 0$**:** Pas de perte transversale. L'isolant entre les deux conducteurs est parfait.
- Dans ce cas $\gamma^2 = -LC\omega^2$ donc $\gamma = j\sqrt{LC}\omega$ et donc $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ ne dépend plus de ω.
- **Solution pour ligne infinie sans perte:**

$$U(z,\omega) = U_0^+(\omega)e^{-j\sqrt{LC}\omega z}$$
$$I(z,\omega) = I_0^+(\omega)e^{-j\sqrt{LC}\omega z}$$

Câble coaxial sans perte de longueur finie terminé par une impédance Z_L

Onde à l'entrée (en $z_0 \leq 0$: $U(z_0, \omega) = U_0^+(\omega) e^{-j\sqrt{LC}\omega z_0}$

- **Cas où $Z_L = Z_0$:** La totalité de l'onde électromagnétique est transmise à l'impédance de sortie. L'onde en z est $U(z, \omega) = U_0^+(\omega) e^{-j\sqrt{LC}\omega z}$.
- **Cas où $Z_L \neq Z_0$:** Une partie de l'onde est réfléchie par l'impédance de sortie. L'onde en z est:

$$U(z, \omega) = \underbrace{U_0^+(\omega) e^{-j\sqrt{LC}\omega z}}_{\text{Onde incidente}} + \underbrace{U_0^-(\omega) e^{j\sqrt{LC}\omega z}}_{\text{Onde réfléchie}}$$

Coefficient de réflexion

On montre que:

$$\frac{U_0^-(\omega)}{U_0^+(\omega)} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

c'est le coefficient de réflexion, on le note Γ.
Le coefficient de réflexion mesure la proportion d'onde réfléchie.
On a:

$$U(z,\omega) = U_0^+(\omega) \times \left(e^{-j\sqrt{LC}\omega z} + \Gamma e^{j\sqrt{LC}\omega z} \right).$$

Ainsi, les tensions maximales et minimales sur la ligne sont respectivement:

$$U_{\max}(\omega) = \left| U_0^+(\omega) \right| (1 + |\Gamma|)$$
$$U_{\min}(\omega) = \left| U_0^+(\omega) \right| (1 - |\Gamma|)$$

Rapport d'onde stationnaire

C'est le rapport entre $U_{\max}$ et $U_{\min}$:

$$SWR = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

Puissance

- **Puissance moyenne sur la ligne:**

$$P = \frac{1}{2} \times \frac{\left|U_0^+\right|^2}{Z_0} \times \left(1 - |\Gamma|^2\right)$$

- La puissance moyenne est constante et indépendante de z.
- Si $Z_L \neq Z_0$, on a des pertes par réflexion:

$$RL = |\Gamma|^2 = -20 \log_{10} |\Gamma| \, [dB]$$

- RL: Return Loss.

Pertes de désadaptation

Représente combien de gain en plus on aurait si la charge était adaptée ($Z_L = Z_0$):

$$ML = -10 \log_{10} \left(1 - |\Gamma|^2\right) [dB]$$

ML: Mismatch loss.

Exemple

Soit une charge avec un SWR=1.5. Calculer le RL et le ML.

Exemple

Soit une charge avec un SWR=1.5. Calculer le RL et le ML.

- $|\Gamma| = \frac{SWR-1}{SWR+1} = 0.2.$
- $RL = |\Gamma|^2 = 0.04 = 14dB.$
- $ML = 1 - RL = 0.96 = 0.18dB.$
- Ainsi 4% de la puissance est réfléchie et 96% est absorbée par l'impédance en sortie.

Impédance mesurée à l'entrée d'un câble coaxial

Si l'impédance en sortie est Z_L, l'impédance mesurée à l'entrée est égale à:

$$Z_{\mathrm{in}} = Z_0 \times \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\sqrt{LC}\omega l)}{Z_0 + jZ_L \tan(\sqrt{LC}\omega l)},$$

où l est la longueur du câble coaxial.

Cas particuliers:

- **Charge adaptée:** $Z_L = Z_0$.
- **Circuit ouvert:** $Z_L = \infty$.
- **Court-circuit:** $Z_L = 0$.
- **Longueurs particulières:** $l = \frac{\lambda}{8} + \frac{k\lambda}{2}$, $l = \frac{\lambda}{4} + k\lambda$ et $l = \frac{\lambda}{2} + \frac{k\lambda}{2}$, où $\lambda = \frac{2\pi}{\sqrt{LC}\omega}$ est la longueur d'onde (en mètres) et k est un entier.

$Z_L = Z_0$: charge adaptée à la ligne

$$Z_{\mathrm{in}} = Z_L = Z_0.$$

Cas où $Z_L = \infty$, circuit ouvert en sortie

On a:

$$Z_{\text{in}} = \frac{Z_0}{j\tan(\sqrt{LC}\omega l)} = -\frac{jZ_0}{\tan(\sqrt{LC}\omega l)}$$

ainsi:

- Si $l = \frac{\lambda}{8} + \frac{k\lambda}{2}$ alors $\tan(\sqrt{LC}\omega l) = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, donc $Z_{\text{in}} = -jZ_0$: la tension est retardée de $\frac{T}{4}$ (T période de l'onde) par rapport à la tension d'entrée pour une charge adaptée.
- Si $l = \frac{\lambda}{4} + k\lambda$, alors $\tan(\sqrt{LC}\omega l) = \tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = +\infty$ donc $Z_{\text{in}} = 0$: tension nulle à l'entrée entre la gaîne et l'âme.
- Si $l = \frac{\lambda}{2} + \frac{k\lambda}{2}$, alors $\tan(\sqrt{LC}\omega l) = \tan(\pi) = 0$ donc $Z_{\text{in}} = \infty$: intensité nulle sur la gaîne et sur l'âme à l'entrée.

Cas où $Z_L = 0$, court-circuit en sortie

$$Z_{\mathrm{in}} = jZ_0 \tan(\sqrt{LC}\omega l)$$

ainsi:

- Si $l = \frac{\lambda}{8} + \frac{k\lambda}{2}$ alors $\tan(\sqrt{LC}\omega l) = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, donc $Z_{\mathrm{in}} = jZ_0$: la tension est avancée de $\frac{T}{4}$ (T période de l'onde) par rapport à la tension d'entrée pour une charge adaptée.
- Si $l = \frac{\lambda}{4} + k\lambda$, alors $\tan(\sqrt{LC}\omega l) = \tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = +\infty$ donc $Z_{\mathrm{in}} = \infty$: intensité nulle sur la gaîne et sur l'âme à l'entrée.
- Si $l = \frac{\lambda}{2} + \frac{k\lambda}{2}$, alors $\tan(\sqrt{LC}\omega l) = \tan(\pi) = 0$ donc $Z_{\mathrm{in}} = 0$: tension d'entrée nulle entre l'âme et la gaîne.

Exemple 1

On considère câble tel que $Z_0 = 50\Omega$ de longueur 0.3λ. On branche une charge de $Z_L = 75\Omega$ (résistance) sur la ligne.

- **Coefficient de réflexion:** $\Gamma = \dfrac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 0.2$: 20% de l'onde est réfléchie et l'onde réfléchie est en phase avec l'onde incidente.
- **Return-loss:** $RL = |\Gamma|^2 = 0.04$: 4% de la puissance est perdue par réflexion.
- **Mismatch-loss:** $ML = 1 - 0.04 = 0.96$: 96% est absorbée par le composant en sortie.
- **Impédance d'entrée:** $\tan(\sqrt{LC}\omega l) = \tan(0.6\pi)$ donc $Z_{\text{in}} = Z_0 \times \frac{Z_L + jZ_0 \tan(0.6\pi)}{Z_0 + jZ_L \tan(0.6\pi)} \simeq 35.2 + 8.6j$.

Exemple 2

On considère câble tel que $Z_0 = 50\Omega$ de longueur 5 cm, on envoie une onde de 1000 Hz. On branche une charge de $Z_L = 75\Omega$ (résistance) sur la ligne.

- **Longueur d'onde:** $\lambda = \dfrac{c}{f} = 300000$. On rappelle que c'est également $\lambda = \dfrac{2\pi}{\sqrt{LC}\omega}$, on a donc $\sqrt{LC}\omega = \dfrac{2\pi}{\lambda} \simeq 2.09 \times 10^{-5}$ et donc $\sqrt{LC}\omega l = 1.05 \times 10^{-6}$.
- **Impédance d'entrée:** $Z_{\text{in}} = Z_0 \times \frac{Z_L + jZ_0 \tan(1.05\times10^{-6})}{Z_0 + jZ_L \tan(1.05\times10^{-6})} \simeq Z_L$.

Conclusion: Aux faibles fréquences, le câble coaxial se comporte comme un conducteur électrique linéique (fil électrique sans résistance).

Exemple 3: câble coaxial soumis à la tension du secteur 220 Volts et 50 Hz

On considère un câble coaxial d'impédance 50Ω, de longueur 10 mètres et en circuit ouvert à la sortie. On y applique à l'entrée la tension du secteur 220 Volts et 50 Hz.

- **Longueur d'onde:** $\lambda = \frac{c}{f} = 6000000$ mètres.
- **Impédance à l'entrée:**
$$Z_{\text{in}} = -\frac{jZ_0}{\tan(\sqrt{LC}\omega l)} = -\frac{jZ_0}{\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right)} = 4.7746 \times 10^6 j.$$
- **Intensité dans le câble:** $\frac{220}{4.7746 \times 10^6} = 0.0461$ mA. (négligeable)

Exemple 3 (bis): même câble coaxial soumis à du 3MHz (3000000 Hz)

- **Longueur d'onde:** $\lambda = \frac{c}{f} = 100$ mètres.
- **Impédance à l'entrée:**
$$Z_{\text{in}} = -\frac{jZ_0}{\tan(\sqrt{LC}\omega l)} = -\frac{jZ_0}{\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right)} = -68.8191j.$$
- **Intensité dans le câble à 220 volts:** $\frac{220}{68.8191} = 3.1968$ A: risque d'endommager le câble.
La tension d'entrée devra être faible pour éviter l'endommagement du câble.

Exemple 4: câble coaxial soumis à la tension du secteur 220 Volts et 50 Hz

On considère un câble coaxial d'impédance 50Ω, de longueur 10 mètres et en court-circuit à la sortie. On y applique à l'entrée la tension du secteur 220 Volts et 50 Hz.

- **Longueur d'onde:** $\lambda = \frac{c}{f} = 6000000$ mètres.
- **Impédance à l'entrée:** $Z_{\mathrm{in}} = jZ_0 \tan(\sqrt{LC}\omega l) = jZ_0 \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right) = -2.1 \times 10^{-7} j$.
- **Intensité dans le câble:** $\dfrac{220}{2.1 \times 10^{-7}} = 1.05 \times 10^{9}$ A: le câble explose ou fond (enfin danger).

Exemple 4 (suite): même exemple avec du 3MHz

- **Longueur d'onde:** $\lambda = \frac{c}{f} = 100$ mètres.
- **Impédance à l'entrée:** $Z_{\text{in}} = jZ_0 \tan(\sqrt{LC}\omega l) = jZ_0 \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right) = 0.0145j.$
- **Intensité dans le câble à 220 volts:** $\dfrac{220}{68.8191} = 1.514 \times 10^4$ A: également dangereux.

Exemple 5: en exercice

On considère un câble d'impédance caractéristique de $Z_0 = 75\Omega$, de longueur 10 mètre dont la sortie est branchée sur une résistance d'impédance $Z_L = 10\Omega$.

Calculer l'impédance en entrée selon les cas:

1. La fréquence du signal est de 50 Hz (secteur).
2. La fréquence du signal est de 20 MHz (radio).
3. La fréquence du signal est de 2 GHz (UHF, TV analogique).
4. La fréquence du signal est de 200 GHz (radar de type X).

Pour chaque cas, en déduire la tension et l'intensité pour une puissance reçue par la résistance de 10 mW, ainsi que la puissance à injecter à l'entrée.

Exemple 5: solution pour 50 Hz

- **Longueur d'onde:** $\lambda = 6000$ km.
- On a donc $\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right) = 1.05 \times 10^{-5}$.
- Ainsi $Z_{\text{in}} \simeq 10\Omega$.
- De $P_{\text{reçue}} = \frac{1}{2} \times \frac{\left|U_0^+\right|^2}{Z_0} \times \left(1 - |\Gamma|^2\right) = 0.01$, on en déduit $\left|U_0^+\right|^2 = \frac{2 \times 0.01 \times Z_0}{1 - |\Gamma|^2} = \frac{1.5}{1 - |\Gamma|^2}$. Comme $\Gamma = -0.7647$, ainsi $\left|U_0^+\right|^2 = 3.6125$ donc $U_0^+ = 1.9$.
  L'intensité vaut 0.19 Ampères.
- La puissance à injecter à l'entrée est de $0.19 \times 1.9 = 0.361$ W.

Exemple 5: solution pour 20 MHz

- **Longueur d'onde:** $\lambda = 15$ mètres.
- On a donc $\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda}l\right) = 1.7321$.
- Ainsi $Z_{\text{in}} \simeq 37.975 + 121.113$ donc $|Z_{\text{in}}| = 126.95$.
- On a également $U_0^+ = 1.9$.
  L'intensité vaut 15 mA.
- La puissance à injecter à l'entrée est de $0.015 \times 1.9 = 0.0284$ W.

Exemple 5: solution pour 2 GHz

- **Longueur d'onde:** $\lambda = 15$ cm.
- On a donc $\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right) = 1.7321$.
- Ainsi $Z_{\text{in}} \simeq 37.975 + 121.113$.
- On a également $U_0^+ = 1.9$.
  L'intensité vaut 15 mA.
- La puissance à injecter à l'entrée est de $0.015 \times 1.9 = 0.0284$ W.

Exemple 5: solution pour 200 GHz

- **Longueur d'onde:** $\lambda = 1.5$ mm.
- On a donc $\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right) = 1.7321$.
- Ainsi $Z_{\text{in}} \simeq 37.975 + 121.113$.
- On a également $U_0^+ = 1.9$.
  L'intensité vaut 15 mA.
- La puissance à injecter à l'entrée est de $0.015 \times 1.9 = 0.0284$ W.

Exemple 6

On considère le même câble coaxial de longueur 10 mètres et d'impédance caractéristique de 75Ω. Cette fois-ci, la sortie est branchée sur une inductance de 0.1μH.

Etudier comme avant les cas suivants:

1. La fréquence du signal est de 50 Hz (secteur).
2. La fréquence du signal est de 10 MHz (radio).
3. La fréquence du signal est de 1 GHz (UHF, TV analogique).
4. La fréquence du signal est de 100 GHz (radar de type X).

Pour chaque cas, en déduire la tension et l'intensité pour une puissance reçue par la résistance de 10 mW, ainsi que la puissance à injecter à l'entrée.

Exemple 6: correction, cas 50Hz

- $Z_L = jL\omega = 10^{-7} \times \omega j$ et $\omega = 2\pi \times 50 = 314.15926$ donc $Z_L = 3.14 \times 10^{-4} j$.
- $\lambda = 6000$ km et $\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right) = 1.05 \times 10^{-5}$ ainsi $Z_{in} = 1.1 \times 10^{-3} j$ et donc $|Z_{in}| \simeq 1.1 \times 10^{-3}$.
- On a $\Gamma = -1$ donc impossible de transférer la puissance à la charge de sortie.

Exemple 6: correction, cas 10MHz

- $Z_L = jL\omega = 10^{-6} \times \omega j$ et $\omega = 2\pi \times 10^7 = 6.28 \times 10^7$ donc $Z_L = 62.83j$.
- $\lambda = 30$ m et $\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right) = -1.7321$ ainsi $Z_{in} = -27.37j$ et donc $|Z_{in}| \simeq 27.37$.
- On a $\Gamma = -0.1752 + 0.9845j$ donc $|\Gamma| = 1$ donc impossible.

Remarque: Lorsque la ligne est sans perte, son impédance caractéristique est réelle, ainsi on ne peut adapter la ligne que par une résistance.